Chap 8 :

Fonctions de référence

I. Etude de la fonction $f : x \longmapsto x^2$

1) Ensemble de définition

La fonction f est définie pour tout x réel car tout réel admet un carré.
Son ensemble de définition est donc ...

2) Variations de f

Théorème 1 : La fonction $f : \begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^2 \end{cases}$ est :

- strictement .... sur $[0\,;+\infty[$;
- strictement .... sur $]-\infty\,;0]$.

$\longrightarrow$ *démonstration*

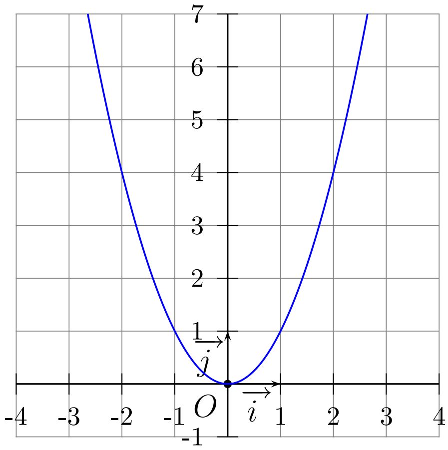
Grâce au théorème précédent on peut dresser le tableau de variation de f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

3) Courbe représentative

On se place dans un repère orthonormé $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ;\ \overrightarrow{j}\right)$.
La courbe représentative de f est une parabole de sommet O.

On peut à présent tracer la courbe représentative de f :



Remarque : On constate que la courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, on dit que f est paire.

Définition 1 : Une fonction g, définie sur un ensemble centré I (de la forme $]-1\,;1[$, $[-\pi\,;\pi]$ ...) est paire si :
pour tout x de I on a $g(-x) = g(x)$.

Et c'est bien le cas pour notre fonction f.

II. Etude de la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

1) Ensemble de définition

La fonction f est définie pour tout x réel ... car tout réel non nul admet un inverse.
Son ensemble de définition est donc ...

2) Variations de f

Théorème 2 : La fonction f : $\begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{1}{x} \end{cases}$ est :

- strictement .... sur $]0\,;+\infty[$;
- strictement .... sur $]-\infty\,;0[$.

$\longrightarrow$ *démonstration*

Grâce au théorème précédent on peut dresser le tableau de variation de f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

3) Courbe représentative

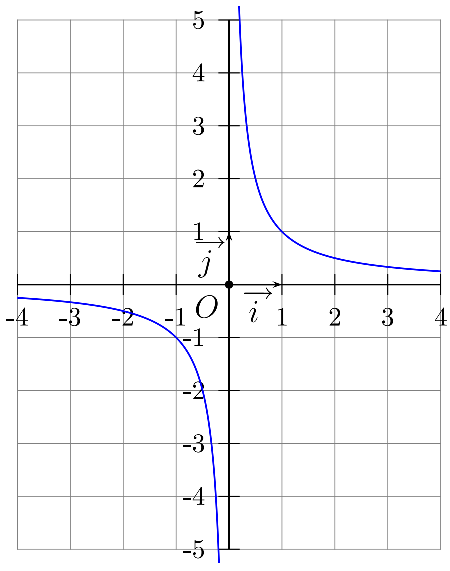
On se place dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$.
La courbe représentative de f est une hyperbole de sommet O.

Remarque : On constate que la courbe est symétrique par rapport à l'origine O, on dit que f est impaire.

Définition 2 : Une fonction g, définie sur un ensemble centré I est impaire si :
pour tout x de I on a $g(-x) = -g(x)$.

Et c'est bien le cas pour notre fonction f sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$.

On peut à présent tracer la courbe représentative de f :



III. Etude d'autres fonctions

1) la fonction $f : x \longmapsto \sqrt{x}$

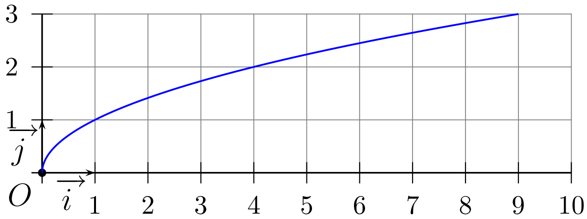
La fonction f est définie sur $[0\,;+\infty[$.

Théorème 3 : La fonction f est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

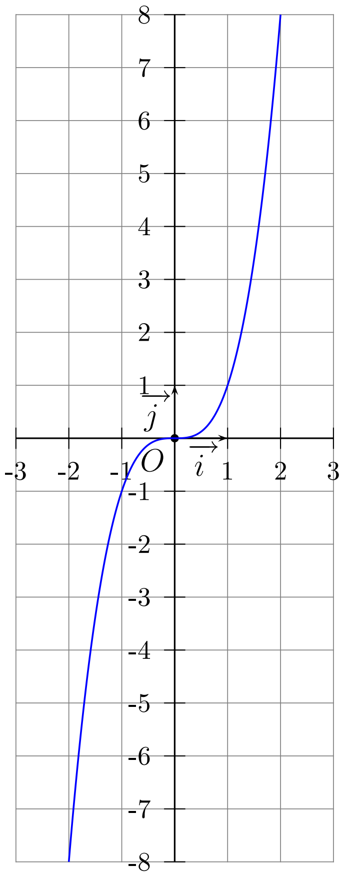
On peut alors dresser le tableau de variation de f :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$

On peut à présent tracer la courbe représentative de f :



2) la fonction $f : x \longmapsto x^3$



La fonction f est définie sur ...

Théorème 4 : La fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

On peut alors dresser le tableau de variation de f :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$

On peut à présent tracer la courbe représentative de f (ci-contre) :