

Autotest sur le produit scalaire

Exercice 1 : Calculs

Calculer, dans chacun des cas suivants, le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$:

- 1) avec $\vec{u}(2;3)$ et $\vec{v}(1;4)$;
- 2) avec $\vec{u}(\sqrt{2};\sqrt{3})$ et $\vec{v}(\sqrt{2};-\sqrt{3})$;
- 3) avec $\|\vec{u}\| = 2$ et $\vec{v} = -3\vec{u}$;
- 4) avec $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 5$;
- 5) avec $\|\vec{u}\| = 1$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 3$;
- 6) avec $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{\pi}{3}$;
- 7) avec $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 1$ et $(\vec{v}; \vec{u}) = \frac{5\pi}{6}$;
- 8) avec \vec{u} et \vec{v} colinéaires et $\|\vec{u}\| = 2\|\vec{v}\|$;
- 9) avec $\|\vec{u}\| = 1$, $(\vec{i}; \vec{u}) = \frac{\pi}{3}$ et $\vec{v}\left(4; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Exercice 2 : Propriétés du produit scalaire

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

- 1) $-2\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\vec{v} \cdot (-\vec{u})$;
- 2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC}$;
- 3) $\vec{u} \cdot 2\vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$;
- 4) $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$;
- 5) $AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$;
- 6) $2\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{AB}$ avec G isobarycentre de A et B ;
- 7) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Exercice 3 : Trigonométrie

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

- 1) $\cos(\pi + a) + \cos(a)$;
- 2) $\cos(a + b) - \cos(a - b)$;
- 3) $\sin(a - b) + \sin(a + b)$;
- 4) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2a\right) - 1$;
- 5) $1 + \cos(2a)$;
- 6) $\tan(a) \cdot \cos(b) - \sin(b)$;
- 7) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin(a) + \cos(a))$;
- 8) $\frac{2\sin(a)\cos(a)}{2\cos^2(a) - 1}$.

Résultats

Exercice 1 : Calculs

- 1) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 14$;
- 2) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$;
- 3) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -12$;
- 4) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$;
- 5) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$;
- 6) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$;
- 7) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sqrt{3}$;
- 8) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \pm 2$ selon que \vec{u} et \vec{v} aient ou non le même sens ;
- 9) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{11}{4}$.

Exercice 2 : Propriétés du produit scalaire

- 1) 0 ;
- 2) AC^2 ;
- 3) 0 ;
- 4) $\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$;
- 5) $\|\vec{AB} - \vec{AC}\|^2 = BC^2$;
- 6) $3\vec{GA} \cdot \vec{AB} = -\frac{3}{2}AB^2$;
- 7) 0 .

Exercice 3 : Trigonométrie

- 1) 0 ;
- 2) $2 \cos(a) \cdot \cos(b)$;
- 3) $2 \sin(a) \cos(b)$;
- 4) $-2 \sin^2(a)$;
- 5) $2 \cos^2(a)$;
- 6) $\frac{\sin(a-b)}{\cos(a)}$;
- 7) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - a\right)$ ou encore $\sin\left(\frac{\pi}{4} + a\right)$;
- 8) $\tan(2a)$.