

Autotest sur les polynômes

Exercice 1 : *Forme canonique*

Mettre sous la forme canonique les trinômes suivants :

1. $x^2 - 4x + 3$;
2. $2x^2 - 5x + 2$;
3. $3x^2 - x + 1$;
4. $2x^2 - 8x + 8$;
5. $x^2 - 5x + 2$;
6. $5x - x^2 - 6$.

Exercice 2 : *Equations du second degré*

Résoudre, avec le discriminant, les équations du second degré suivantes :

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$;
2. $2x^2 - 5x + 2 = 0$;
3. $3x^2 - x + 1 = 0$;
4. $2x^2 - 8x + 8 = 0$
5. $x^2 - 5x + 2 = 0$;
6. $5x - x^2 - 6 = 0$;
7. $6 + 4x - 2x^2 = 0$;
8. $x^3 - 3x^2 + 5x + 1 = 0$.

Exercice 3 : *Signe d'un trinôme du second degré*

Déterminer le signe des trinômes suivants :

1. $x^2 - 4x + 3$;
2. $2x^2 - 5x + 2$;
3. $3x^2 - x + 1$;
4. $2x^2 - 8x + 8$;
5. $x^2 - 5x + 2$;
6. $5x - x^2 - 6$;
7. $6 + 4x - 2x^2$.

Exercice 4 : *Factorisation de polynômes*

Factoriser le plus possible les polynômes suivants :

1. $x^2 - 4x + 3$;
2. $2x^2 - 5x + 2$;
3. $3x^2 - x + 1$;
4. $2x^2 - 8x + 8$;
5. $x^2 - 5x + 2$;
6. $5x - x^2 - 6$;
7. $6 + 4x - 2x^2$;
8. $x^3 - 7x + 6$.

Résultats

Exercice 1 : Forme canonique

- $x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$;
- $2x^2 - 5x + 2 = 2 \left[(x - \frac{5}{4})^2 - \frac{9}{16} \right]$;
- $3x^2 - x + 1 = 3 \left[(x - \frac{1}{6})^2 + \frac{11}{36} \right]$;
- $2x^2 - 8x + 8 = 2(x - 2)^2$;
- $x^2 - 5x + 2 = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{17}{4}$;
- $5x - x^2 - 6 = - \left[(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4} \right]$.

Exercice 2 : Equations du second degré

- $\Delta = 4$, $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$;
- $\Delta = 9$, $x_1 = 2$ et $x_2 = \frac{1}{2}$;
- $\Delta = -11$, pas de solutions;
- $\Delta = 0$, $x_1 = x_2 = 2$;
- $\Delta = 17$, $x_1 = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$ et $x_2 = \frac{5+\sqrt{17}}{2}$;
- $\Delta = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$;
- $\Delta = 64$, $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$;
- $x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ n'est pas un polynôme du second degré, on ne peut pas utiliser le discriminant.

Exercice 3 : Signe d'un trinôme du second degré

- Le trinôme est positif sur $]-\infty ; 1[\cup]3 ; +\infty[$, négatif sur $]1 ; 3[$;
- Le trinôme est positif sur $]-\infty ; \frac{1}{2}[\cup]2 ; +\infty[$, négatif sur $] \frac{1}{2} ; 2[$;
- Le trinôme est toujours positif;
- Le trinôme est toujours positif, sauf en 2 où il est nul ;
- Le trinôme est positif sur $]-\infty ; \frac{5-\sqrt{17}}{2}[\cup] \frac{5+\sqrt{17}}{2} ; +\infty[$, négatif sur $] \frac{5-\sqrt{17}}{2} ; \frac{5+\sqrt{17}}{2} [$;
- Le trinôme est positif sur $]2 ; 3[$, négatif sur $]-\infty ; 2[\cup]3 ; +\infty[$;
- Le trinôme est positif sur $]-1 ; 3[$, négatif sur $]-\infty ; -1[\cup]3 ; +\infty[$.

Exercice 4 : Factorisation de polynômes

- $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$;
- $2x^2 - 5x + 2 = 2(x - 2)(x - \frac{1}{2})$;
- $3x^2 - x + 1$ n'est pas factorisable;
- $2x^2 - 8x + 8 = 2(x - 1)^2$;
- $x^2 - 5x + 2 = \left(x - \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right) \left(x - \frac{5+\sqrt{17}}{2} \right)$;
- $5x - x^2 - 6 = -(x - 2)(x - 3)$;
- $6 + 4x - 2x^2 = -2(x + 1)(x - 3)$;
- $x^3 - 7x + 6 = (x - 1)(x^2 + x - 6) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)$.