

Le calcul

Exercice 1 : Fractions

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$1) \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{4}{9};$$

$$2) \frac{1}{2} \left(2x + 1 - \frac{\ln(x)}{x} \right);$$

$$3) \frac{5}{2} \times \frac{8x + 12}{20};$$

$$4) \frac{2x + 2}{3} \times \frac{2}{3};$$

$$5) \frac{\frac{3x + 1}{2x}}{\frac{2x - 1}{x} + 1}.$$

Exercice 2 : Distributivité - Développement

Distribuer ou développer dans les expressions suivantes :

$$1) 2(x + 1);$$

$$2) \frac{2}{3} \left(3x - 2 - \frac{1}{4x} \right);$$

$$3) (x + 1)(x - 2);$$

$$4) \frac{1}{2} (2 - x)(x + 5);$$

$$5) \frac{1}{2x} (2 + 3x - 4x^2);$$

$$6) (2x + 1)^2 - (2x - 1)^2;$$

$$7) (x^2 + x) \times \left(x - 1 + \frac{1}{x} \right).$$

Exercice 3 : Factorisation

Factoriser les expressions suivantes :

$$1) x^2 + x;$$

$$2) 3x - 27;$$

$$3) (x + 1)^2 - 3(x + 1);$$

$$4) x^4 + 2x^2 + 1;$$

$$5) \frac{(x^2 + x)(x + 1)}{2x}.$$

Exercice 4 : Equations - Inéquations

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$$1) 2x - 1 = 3x + 1;$$

$$2) x^2 - 1 = 0;$$

$$3) \frac{1}{2}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{5}{9};$$

$$4) (2x + 1)(-x - 3) = 0;$$

$$5) (x + 2)^2 = 4;$$

$$6) x - 3 \leq 3x + 5;$$

$$7) x^2 + x \geq 0;$$

- 8) $\frac{3}{4}x + 2 > \frac{3}{2}x + 5$;
 9) $\ln(x) = 2$;
 10) $-4 + 2\ln(x + 1) \leq 0$;
- 11) $e^{2x+1} < 1$;
 12) $e^x = e^{-x}$;
 13) $e^{2x} - 3 \geq 1$.

Exercice 5 : Identités remarquables

Développer ou factoriser les identités remarquables suivantes, puis les simplifier :

- 1) $x^2 - 1$;
 2) $x^2 + 4x + 4$;
 3) $1 - 4x^2$;
- 4) $x^2 - 6x + 9$;
 5) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$;
 6) $-1 + 2x - x^2$.

Exercice 6 : Etude de signes

Déterminer le signe des expressions suivantes :

- 1) $(x + 1)(x - 2)$;
 2) $x^2 - 3$;
 3) $-2\frac{x^2 + 3}{x}$;
 4) $\frac{\ln(x) + 1}{2x}$;
 5) $e^{x+1} - 1$;
- 6) $\frac{e^{x+1} + 1}{x + 1}$;
 7) $2 - \frac{1}{2x^2}$;
 8) $\frac{\ln(x) + 2}{\sqrt{x}}$.

Exercice 7 : Puissances et Racine

Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

- 1) $3^x \frac{1}{e^x}$;
 2) $\sqrt{\frac{x^2 - 1}{4}}$;
 3) $5^x 2^{3x}$;
 4) $\sqrt{e^{2x-3}} \sqrt{e}$;
- 5) $x^3 \times 3^x$;
 6) $e^2(2^{2x} + e^{4x-2})$;
 7) $\sqrt{x^2 + 1}$;
 8) $\frac{2^{1,5}}{\sqrt{2}} 2^x$;
 9) $x^2 3^{2x}$.

Corrigé

Exercice 1 : Fractions

- 1) $\frac{14}{18} = \frac{7}{9}$;
- 2) $x + \frac{1}{2} - \frac{\ln(x)}{2x}$;
- 3) $x + \frac{3}{2}$;
- 4) $\frac{4x + 4}{9}$;
- 5) $\frac{3x + 1}{2(3x - 1)}$.

Exercice 2 : Distributivité - Développement

- 1) $2x + 2$;
- 2) $2x - \frac{4}{3} - \frac{1}{6x}$;
- 3) $x^2 - x - 2$;
- 4) $5 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^2$;
- 5) $\frac{1}{x} + \frac{3}{2} - 2x$;
- 6) $8x$;
- 7) $x^3 + 1$.

Exercice 3 : Factorisation

- 1) $x(x + 1)$;
- 2) $3(x - 9)$;
- 3) $(x + 1)[(x + 1) - 3] = (x + 1)(x - 2)$;
- 4) $(x^2 + 1)^2$;
- 5) $\frac{1}{2}(x + 1)^2$.

Exercice 4 : Equations - Inéquations

- 1) $x = -2$;
- 2) $x = 1$ et $x = -1$;
- 3) $x = -\frac{22}{3}$;
- 4) $x = -\frac{1}{2}$ et $x = -3$;
- 5) $x = 0$ et $x = -4$;
- 6) $x \geq -4$ ou encore $[-4; +\infty[$;
- 7) $x \geq 0$ ou $x \leq -1$ c'est-à-dire $]-\infty; -1] \cup [0; +\infty[$;
- 8) $x < -4$ ou encore $]-\infty; -4[$;
- 9) $x = e^2$;
- 10) $-1 < x \leq e^2 - 1$ ou encore $] -1; e^2 - 1]$;
- 11) $x < 0$ ou encore $]-\infty; 0[$;
- 12) $x = 0$;
- 13) $x \geq \ln(2)$ ou encore $[\ln(2); +\infty[$.

Exercice 5 : Identités remarquables

- 1) $(x - 1)(x + 1)$;
- 2) $(x + 2)^2$;
- 3) $(1 - 2x)(1 + 2x)$;
- 4) $(x - 3)^2$;
- 5) $2(4x) = 8x$;
- 6) $-(x - 1)^2$ (et ce n'est pas $(1 - x)^2$).

Exercice 6 : Etude de signes

1)

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$(x+1)(x-2)$	+	0	-	0	+

2)

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$	
$x^2 - 3$	+	0	-	0	+

3)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-2\frac{x^2+3}{x}$	+		-

4)

x	0	e^{-1}	$+\infty$
$\frac{\ln(x)+1}{2x}$	-	0	+

5)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$e^{x+1} - 1$	-	0	+

6)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$\frac{e^{x+1}+1}{x+1}$	-		+

7) $2 - \frac{1}{2x^2} = \frac{4x^2 - 1}{2x^2} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2x^2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$		
$2 - \frac{1}{2x^2}$	+	0	-		-	0	+

8)

x	0	e^{-2}	$+\infty$
$\frac{\ln(x)+2}{\sqrt{x}}$	-	0	+

Exercice 7 : Puissances et Racine

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) $\left(\frac{3}{e}\right)^x$;</p> <p>2) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{2}$;</p> <p>3) $5^x \times 8^x = 40^x$;</p> <p>4) e^{x-1};</p> | <p>5) $x^3 \times 3^x$ (on ne peut rien simplifier);</p> <p>6) $(e2^x)^2 + e^{4x}$;</p> <p>7) $\sqrt{x^2+1}$ (on ne peut rien simplifier);</p> <p>8) 2^{x+1};</p> <p>9) $(x3^x)^2$.</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|