Chap 5 :

Suites

I. Suites arithmétiques

1) Définition

Définition 1 : On appelle *suite arithmétique* toute suite (u_n) telle que :
pour tout entier n on ait $u_{n+1} = u_n + \text{"constante"}$.
On note souvent r cette constante. r est appelé la *raison* de la suite.

$$\begin{tikzcd}
u_0 \arrow[r, bend left, "+r"] \arrow[rrrrr, bend right, "+5r"'] & u_1 \arrow[r, bend left, "+r"] & u_2 \arrow[r, bend left, "+r"] & u_3 \arrow[r, bend left, "+r"] & u_4 \arrow[r, bend left, "+r"] & u_5
\end{tikzcd}$$

Exemple : La suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 3$ est arithmétique.

Proposition 1 : En fait si la suite (u_n) est arithmétique de premier terme u_0 et de raison r on a pour tout n : $u_n = u_0 + nr$.

2) Somme de termes consécutifs

Théorème 1 : On peut calculer la somme de plusieurs termes consécutifs d'une suite arithmétique :

$$S = (\text{nb de termes}) \times \frac{1^{\text{er}}\text{terme} + \text{dernier terme}}{2}.$$

Exemple : Avec notre exemple : $u_0 + u_1 + \cdots + u_{11} = 12 \times \dfrac{u_0 + u_{11}}{2} = 12\,\dfrac{2 + (2 + 11 \times 3)}{2} = 222$.

Remarque : On a aussi l'exemple fondamental : $1 + 2 + \cdots + 47 = \dfrac{47 \times (47 + 1)}{2}$ *(=1128)* .

II. Suites géométriques

1) Définition

Définition 2 : On appelle *suite géométrique* toute suite (v_n) telle que :
pour tout entier n on ait $v_{n+1} = \text{"constante"} \times v_n$.
On note souvent q cette constante.
q est appelé la *raison* de la suite.

$$\begin{tikzcd} v_0 \arrow[r, bend left, "\times q"] \arrow[rrrrr, bend right, "\times q^5"'] & v_1 \arrow[r, bend left, "\times q"] & v_2 \arrow[r, bend left, "\times q"] & v_3 \arrow[r, bend left, "\times q"] & v_4 \arrow[r, bend left, "\times q"] & v_5 \end{tikzcd}$$

Exemple : La suite (v_n) définie par $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = 3 \times v_n$ est géométrique.

Proposition 2 : En fait si la suite (v_n) est géométrique de premier terme v_0 et de raison q on a pour tout n : $v_n = v_0 q^n$.

2) Somme de termes consécutifs

Théorème 2 : On peut calculer la somme de plusieurs termes consécutifs d'une suite géométrique :

$$S = (1^{\text{er}}\text{terme}) \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nb de termes}}}{1 - \text{raison}}.$$

Exemple : Avec notre exemple : $v_0 + v_1 + \cdots + v_6 = v_0 \times \dfrac{1 - 3^{6+1}}{1-3} = 2\dfrac{1 - 2187}{-2} = 2186$.

Exemple : On a aussi par exemple : $1 + 2 + \cdots + 2^{11} = 1 \times \dfrac{1 - 2^{11+1}}{1-2} = 4095$.