

Autotest sur les fonctions

Exercice 1 : Opérations simples

On donne : $f : \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 + 2x + 3 \end{cases}$ et $g : \begin{cases} [0;10] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sqrt{x+1} - 1 \end{cases}$.

Déterminer les expressions et les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1) $f - g$; 2) $3f$; 3) $f \times g$; 4) $g + 2$;		5) $\frac{f}{g}$; 6) $\frac{2f + g}{2g}$.
--	--	--

Exercice 2 : Sens de variations

On donne : $f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 + 3 \end{cases}$ et $g : \begin{cases} \mathbb{R}^+ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sqrt{x+1} \end{cases}$.

Déterminer les sens de variations des fonctions suivantes sur \mathbb{R}^+ :

1) $-2f$; 2) $g - 1$; 3) $2f + g$;		4) $-f - g$; 5) $g \circ f$; 6) $-g \circ f$.
---	--	--

Exercice 3 : Composition de fonctions

Déterminer l'expression et l'ensemble de définition de $f \circ g$:

1) Pour $f(x) = \sqrt{x} + 2$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^+$	et	1) Pour $g(x) = x^2$ avec $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$;
2) Pour $f(x) = x^2 + 2$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$	et	2) Pour $g(x) = \frac{1}{x}$ avec $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}^*$;
3) Pour $f(x) = \frac{1}{x}$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$	et	3) Pour $g(x) = x^2 + 2$ avec $\mathcal{D}_g =]-\sqrt{2}; +\infty[$;
4) Pour $f(x) = \frac{x+2}{x+3}$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$	et	4) Pour $g(x) = \sqrt{x}$ avec $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}^+$;
5) Pour $f(x) = \frac{1}{x}$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$	et	5) Pour $g(x) = x^2 - 3x + 2$ avec $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$;
6) Pour $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 1}$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^+$	et	6) Pour $g(x) = \frac{1}{x}$ avec $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}^{+*} =]0; +\infty[$.

Résultats

Exercice 1 : Opérations simples

- 1) $(f - g)(x) = x^2 + 2x + 3 - \sqrt{x+1} + 1 = x^2 + 2x + 4 - \sqrt{x+1}$ définie sur $[0; 10]$;
- 2) $(3f)(x) = 3x^2 + 6x + 9$ définie sur \mathbb{R} ;
- 3) $(f \times g)(x) = (x^2 + 2x + 3)(\sqrt{x+1} - 1)$ définie sur $[0; 10]$;
- 4) $(g + 2)(x) = \sqrt{x+1} + 1$ définie sur $[0; 10]$;
- 5) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x+1} - 1}$ définie sur $]0; 10[$ (il n'y a pas zéro);
- 6) $\left(\frac{2f + g}{2g}\right)(x) = \frac{2x^2 + 4x + 5 + \sqrt{x+1}}{2\sqrt{x+1} - 2}$ définie sur $]0; 10[$ (il n'y a pas zéro).

Exercice 2 : Sens de variations

f est croissante sur \mathbb{R}^+ et g est croissante sur \mathbb{R}^+ donc :

- 1) $-2f$ est décroissante sur \mathbb{R}^+ ;
- 2) $g - 1$ est croissante sur \mathbb{R}^+ ;
- 3) $2f + g$ est croissante sur \mathbb{R}^+ ;
- 4) $-f - g$ est décroissante sur \mathbb{R}^+ ;
- 5) $g \circ f$ est croissante sur \mathbb{R}^+ ;
- 6) $-g \circ f$ est décroissante sur \mathbb{R}^+ .

Exercice 3 : Composition de fonctions

- 1) $(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 + 2} = |x| + 2$ définie sur \mathbb{R} ;
- 2) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2} + 2$ définie sur \mathbb{R}^* ;
- 3) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$ définie sur $] -\sqrt{2}; +\infty[$;
- 4) $(f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3}$ définie sur \mathbb{R}^+ ;
- 5) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$;
- 6) $(f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x^2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{x}} \frac{1}{\frac{1}{x^2} + 1} = \frac{x\sqrt{x}}{1 + x^2}$ définie sur \mathbb{R}^{+*} .