

Autotest sur la dérivation

Exercice 1 : Calculs de dérivées

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

- 1) $e(x) = 1 - 3x$;
- 2) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$;
- 3) $g(x) = x^6 - 4x^5 + x^3 - 5x + 1$;
- 4) $h(x) = \sqrt{x} + 2x$;
- 5) $i(t) = \frac{2}{t} + 3$;
- 6) $j(t) = \sqrt{2t+1}$;
- 7) $k(t) = \frac{3}{2t-3}$;
- 8) $l(x) = (1 + 3x + x^2)^2$;
- 9) $m(x) = \frac{2x+1}{3-x}$;
- 10) $n(t) = \frac{4t^2 - 3t + 2}{2t-1}$.

Exercice 2 : Tangentes

Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse a de chaque fonction :

- 1) $f(x) = 2x + 1$ et $a = 2$;
- 2) $g(t) = t^2 - 6t + 2$ et $a = 1$;
- 3) $h(x) = x^5 - 4x^4 + x^3 + 5x^2 - 10$ et $a = 2$;
- 4) $i(x) = \sqrt{x+2} - 1$ et $a = 0$;
- 5) $j(t) = \frac{-2}{3t+1}$ et $a = -1$;
- 6) $k(x) = \frac{3x+1}{2+2x}$ et $a = 3$.

Exercice 3 : Approximation affine

Déterminer l'approximation affine de chaque fonction au point d'abscisse a :

- 1) $f(t) = 2t^2 + 3t - 1$ et $a = 2$;
- 2) $g(x) = \frac{2}{1+x} + 3$ et $a = 0$;
- 3) $h(x) = \sqrt{5+2x} - 1$ et $a = 2$;
- 4) $i(t) = \frac{2-3t}{1+4t} + 3$ et $a = 1$.

Résultats

Exercice 1 : Calculs de dérivées

- 1) $e'(x) = -3$;
- 2) $f'(x) = 6x^2 - 2x$;
- 3) $g'(x) = 6x^5 - 20x^4 + 3x^2 - 5$;
- 4) $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2$;
- 5) $i'(t) = -\frac{2}{t^2}$;
- 6) $j'(t) = 2 \frac{1}{2\sqrt{2t+1}} = \frac{1}{\sqrt{2t+1}}$;
- 7) $k'(t) = -\frac{3 \times 2}{(2t-3)^2} = -\frac{6}{(2t-3)^2}$;
- 8) $l'(x) = 2(1+3x+x^2)' \times (1+3x+x^2) = 2(3+2x) \times (1+3x+x^2)$;
- 9) $m'(x) = \frac{(2x+1)' \times (3-x) - (2x+1) \times (3-x)'}{(3-x)^2} = \frac{(2) \times (3-x) - (2x+1) \times (-1)}{(3-x)^2} = \frac{7}{(3-x)^2}$;
- 10) $n'(t) = \frac{(4t^2-3t+2)' \times (2t-1) - (4t^2-3t+2) \times (2)'}{(2t-1)^2} = \frac{(8t-3) \times (2t-1) - (8t^2-6t+4) \times 2}{(2t-1)^2} = \frac{8t^2-8t-1}{(2t-1)^2}$.

Exercice 2 : Tangentes

- 1) $y = 2(x-2) + 5 = 2x + 1$;
- 2) $y = -4(t-1) - 3 = -4t + 1$;
- 3) $y = -16(x-2) - 14 = -16x + 18$;
- 4) $y = \frac{1}{2\sqrt{2}}(x-0) + \sqrt{2} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2} - 1$;
- 5) $y = \frac{6}{4}(t+1) + 1 = \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}$;
- 6) $y = \frac{1}{16}(x-3) + \frac{10}{8} = \frac{1}{16}x + \frac{17}{16}$.

Exercice 3 : Approximation affine

- 1) $f(t) \approx 11(t-2) + 13 = 11t - 9$ « autour » de 2;
- 2) $g(x) \approx -2(x-0) + 5 = -2x + 5$ « autour » de 0;
- 3) $h(x) \approx \frac{2}{2\sqrt{9}}(x-2) + \sqrt{9} - 1 = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 3 - 1 = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ « autour » de 2;
- 4) $i(t) \approx -\frac{11}{25}(t-1) - \frac{1}{5} + 3 = -\frac{11}{25}t + \frac{81}{25}$ « autour » de 1.