

Autotest sur la géométrie

Exercice 1 : Positions de barycentres

On considère deux points A et B distants de 8 cm.

Déterminer la position du point G_i dans les cas suivants :

- 1) $G_1 = \text{bar}\{(A, 2), (B, 1)\}$;
- 2) $G_2 = \text{bar}\{(A, 3), (B, 3)\}$;
- 3) $G_3 = \text{bar}\{(A, -3), (B, 3)\}$;
- 4) $G_4 = \text{bar}\{(A, -3), (B, -7)\}$;
- 5) $G_5 = \text{bar}\{(A, -2), (B, 7)\}$.



Exercice 2 : Coordonnées de barycentres

Dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on a les trois points $A(2; 1)$, $B(1; 4)$ et $C(3; 0)$.

Déterminer les coordonnées de G dans chacun des cas suivants :

- 1) $G_1 = \text{bar}\{(A, 1), (B, 3)\}$;
- 2) $G_2 = \text{bar}\{(A, -1), (C, 2)\}$;
- 3) $G_3 = \text{bar}\{(A, -2), (C, -1)\}$.

Exercice 3 : Calculs

Calculer, dans chacun des cas suivants, le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$:

- 1) avec $\vec{u}(2; 3)$ et $\vec{v}(1; 4)$;
- 2) avec $\vec{u}(\sqrt{2}; \sqrt{3})$ et $\vec{v}(\sqrt{2}; -\sqrt{3})$;
- 3) avec $\|\vec{u}\| = 2$ et $\vec{v} = -3\vec{u}$;
- 4) avec $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{\pi}{3}$;
- 5) avec $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 1$ et $(\vec{v}; \vec{u}) = \frac{5\pi}{6}$;
- 6) avec \vec{u} et \vec{v} colinéaires et $\|\vec{u}\| = 2\|\vec{v}\|$;

Exercice 4 : Propriétés du produit scalaire

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

- 1) $-2\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\vec{v} \cdot (-\vec{u})$;
- 2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC}$;
- 3) $\vec{u} \cdot 2\vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$;
- 4) $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$;
- 5) $AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$;
- 6) $2\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{AB}$ avec G isobarycentre de A et B ;
- 7) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Résultats

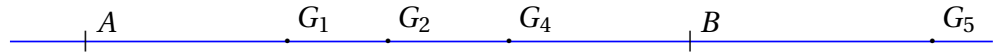
Exercice 1 : Positions de barycentres

$$1) \overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB};$$

2) G_2 est le milieu de $[AB]$;

3) G_3 n'existe pas car $-3 + 3 = 0$;

$$4) \overrightarrow{AG_4} = \frac{7}{10} \overrightarrow{AB};$$



$$5) \overrightarrow{AG_5} = \frac{7}{5} \overrightarrow{AB}.$$

Exercice 2 : Coordonnées de barycentres

$$1) G_1 \left(\frac{5}{4}; \frac{13}{4} \right);$$

$$2) G_2 (4; -1);$$

$$3) G_3 = \text{bar} \{(A, 2), (C, 1)\} \text{ puis } G_3 \left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3} \right).$$

Exercice 3 : Calculs

$$1) \vec{u} \cdot \vec{v} = 14;$$

$$2) \vec{u} \cdot \vec{v} = -1;$$

$$3) \vec{u} \cdot \vec{v} = -12;$$

$$4) \vec{u} \cdot \vec{v} = 3;$$

$$5) \vec{u} \cdot \vec{v} = -\sqrt{3};$$

$$6) \vec{u} \cdot \vec{v} = \pm 2 \text{ selon que } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ aient ou non le même sens};$$

Exercice 4 : Propriétés du produit scalaire

$$1) 0;$$

$$2) AC^2;$$

$$3) 0;$$

$$4) \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2;$$

$$5) \|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\|^2 = BC^2;$$

$$6) 3\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{2}AB^2;$$

$$7) 0.$$